



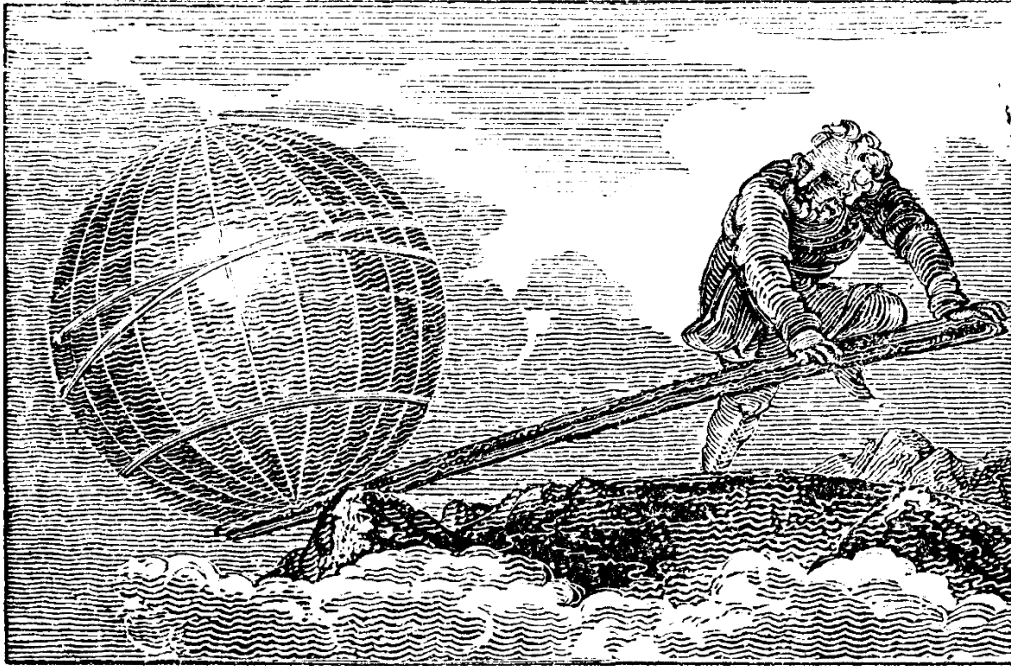
Jak działa dźwignia dwustronna?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Symulacja interaktywna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Czy to nie ciekawe?

Archimedes ponoć powiedział „Dajcie mi punkt podparcia, a poruszę Ziemię.” – w ten sposób chciał pokazać potencjał wykorzystania idei dźwigni dwustronnej? Czy na co dzień możemy się spotkać z realizacją idei dźwigni?



Rys. a. Artystyczne wyobrażenie Archimedesusa usiłującego podnieść Ziemię, korzystając z dźwigni dwustronnej.
[Źródło: [Unknown author](#) / Public domain]

Twoje cele

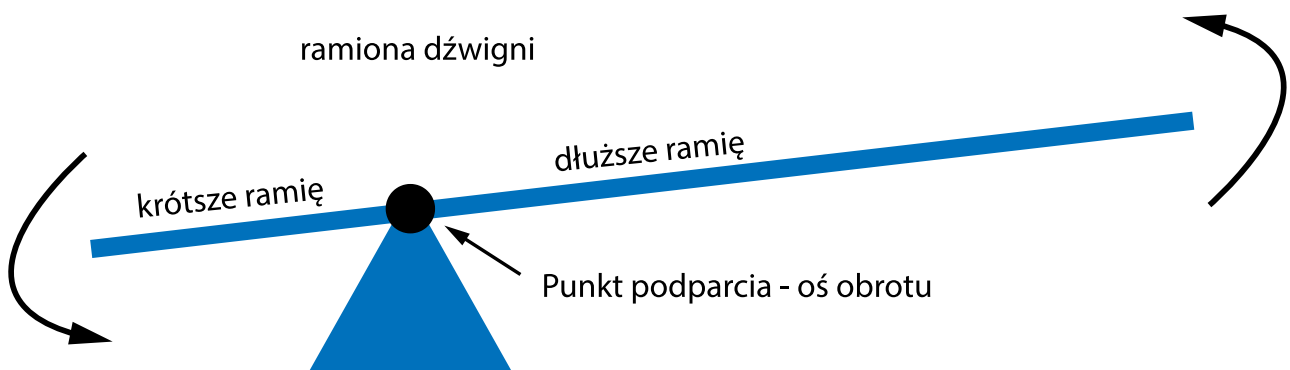
W tym materiale:

- dowiesz się, czym jest dźwignia dwustronna,
- wskażesz praktyczne zastosowania dźwigni dwustronnej,
- poznasz zależności matematyczne opisujące pracę dźwigni dwustronnej,
- skonstruujesz dźwignię dwustronną,
- zastosujesz poznane zależności do rozwiązywania zadań.

Przeczytaj

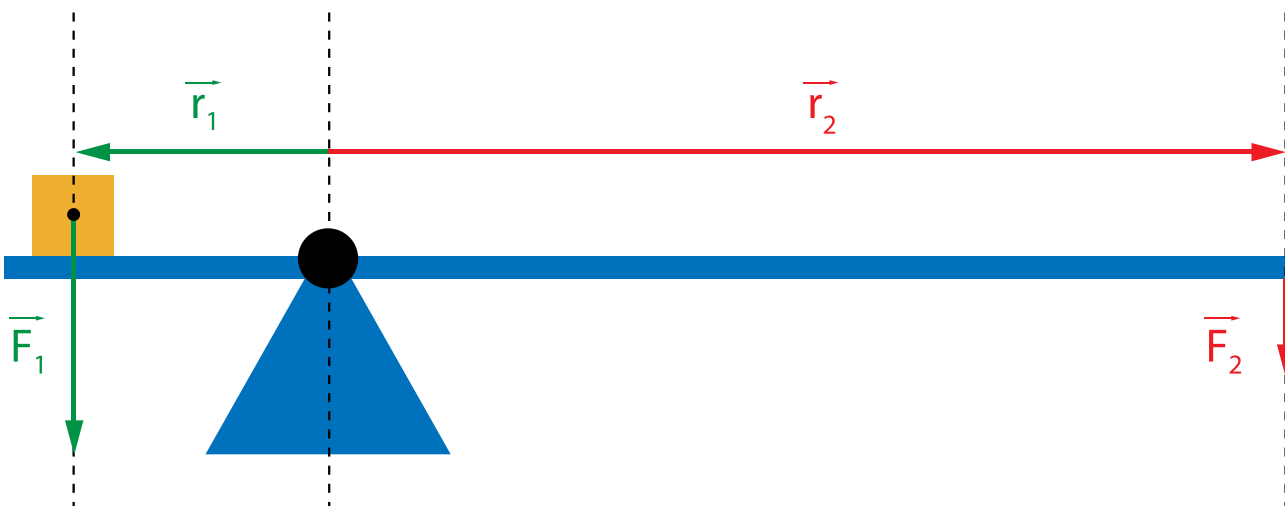
Warto przeczytać

Archimedes mówiąc „Dajcie mi punkt podparcia, a poruszę Ziemię.” opisał możliwość, jaką daje nam dźwignia dwustronna, nazywana też dwuramienną. Chodzi o podnoszenie dużych ciężarów za pomocą siły o małej wartości. Aby tego dokonać, potrzebny jest podłużny przedmiot (deska, pręt, drążek) oraz właśnie punkt podparcia, czyli punkt, na którym oprzemy naszą dźwignię, jak na Rys. 1.



Rys. 1. Schematyczna budowa dźwigni dwustronnej.

Na Rys. 1. strzałkami pokazano, że jeśli jedno ramie dźwigni będzie się unosić, drugie będzie się opuszczać. Jeśli na jednym ramieniu dźwigni umieścimy ciężar \vec{F}_1 w odległości \vec{r}_1 od punktu podparcia, to jaką będziemy musieli przyłożyć siłę \vec{F}_2 na końcu drugiego ramienia, w odległości \vec{r}_2 ? Oczywiście w ogólności ramiona dźwigni mogą mieć różną lub równą długość, a ciężar możemy umieszczać na krótszym lub dłuższym ramieniu, jednak dla ustalenia uwagi przyjmijmy, że rozważamy sytuację przedstawioną na Rys. 2. Otrzymane zależności będą prawdziwe również dla innych dźwigni dwustronnych.



Rysunek 2. Dźwignia dwustronna w równowadze.

Jeśli chcemy unieść ten ciężar do góry, musimy przyłożyć pionowo w dół odpowiednią siłę \vec{F}_2 . Jaką? Po pierwsze, skierowaną w tym samym kierunku co siła \vec{F}_1 , czyli pionowo w dół. To pierwsza obserwacja – dźwignia dwustronna pozwala nam zmienić kierunek działania siły, czyli aby coś unieść do góry będziemy przykładać siłę w dół. Jaka będzie wartość siły potrzebnej do uniesienia ciężaru? Wartość ta będzie musiała być większa niż wartość pozwalająca na osiągnięcie przez dźwignię równowagi – a równowaga będzie osiągnięta, jeśli oba działające na dźwignię **momenty sił** będą miały tę samą wartość i ten sam kierunek, ale przeciwny zwrot, czyli:

$$\sum_i^n \vec{M}_i = 0$$

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 0$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = 0$$

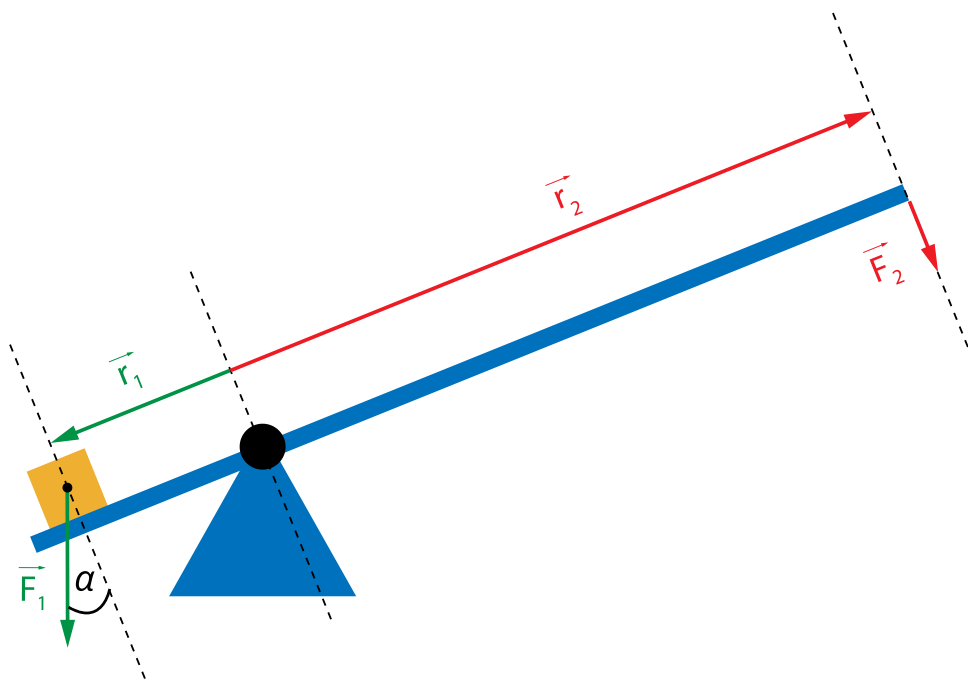
$$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = -\vec{r}_2 \times \vec{F}_2$$

Ponieważ wektory sił mają ten sam kierunek i zwrot, ale wektory odległości przyłożenia siły od osi obrotu mają ten sam kierunek, ale przeciwne zwroty, to powstałe **momenty siły** będą miały ten sam kierunek, ale przeciwne zwroty. Będą mogły zatem się zrównoważyć pod warunkiem, że zajdzie następująca równość:

$$r_1 F_1 \sin 90^\circ = r_2 F_2 \sin 90^\circ$$

$$F_2 = F_1 \frac{r_1}{r_2}$$

Otrzymaliśmy zależność będącą warunkiem równowagi dźwigni dwustronnej, dla małych kątów odchylenia ramion dźwigni od położenia poziomego. Skąd ta uwaga na temat kąta? Przyjrzyj się Rys. 3.:



Rysunek 3. Duży kąt odchylenia dźwigni od położenia poziomego.

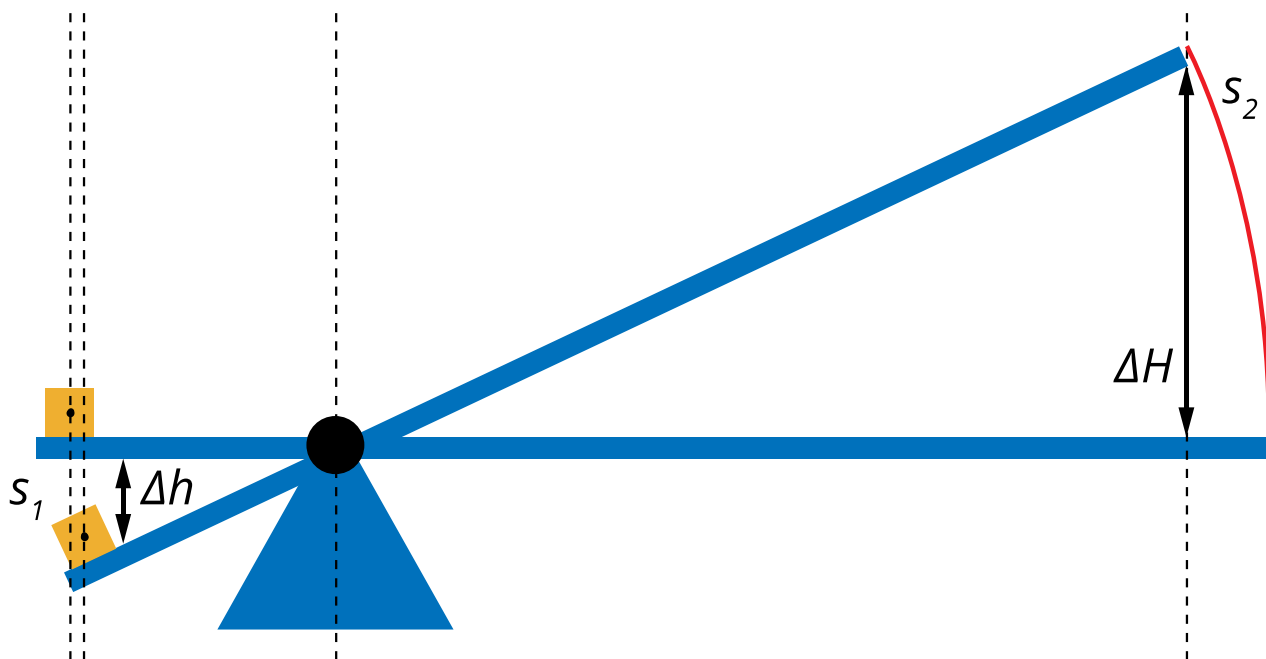
Do tej pory przyjmowaliśmy (zgodnie z Rys. 2.), że obie siły \vec{F}_1 i \vec{F}_2 skierowane są prostopadłe do ramion dźwigni. Jest to szczególny przypadek, nie zawsze prawdziwy. Jeśli ramiona dźwigni są w położeniu poziomym, jest to prawda. Jeśli odchylenie od położenia poziomego jest niewielkie, rzędu kilku stopni, możemy przyjąć z dobrym przybliżeniem, że również jest to prawda. Jednakże, jeśli kąt, jaki ramiona dźwigni tworzą z kierunkiem poziomym, będzie się zwiększać, przybliżenie to przestanie być użyteczne. Przy większych kątach należy uwzględnić fakt, że w iloczynie wektorowym pojawi się sinus kąta innego niż 90 stopni, zatem sinus tego kąta nie będzie równy jedności. W rezultacie, wzór opisujący sytuację przedstawioną na Rys. 3. przybierze postać:

$$r_1 F_1 \sin \alpha = r_2 F_2 \sin 90^\circ$$

$$F_2 = F_1 \frac{r_1 \sin \alpha}{r_2}$$

Na koniec zwróćmy uwagę, że niezależnie od długości ramion dźwigni, praca, jaką wykonamy, aby podnieść lub opuścić ciężar o zadaną wysokość, będzie zawsze taka sama. Wynika to wprost z zasady zachowania energii. Jak to zatem możliwe, że możemy podnieść

ciężar przykładając do końca ramienia dźwigni siłę o małej wartości? Ponieważ wydłużamy drogę, na której ta siła będzie działać, co zademonstrowano na Rys. 4.:



Rys. 4. Różna droga, jaką zakreślają przeciwległe końce ramion dźwigni dwustronnej.

Słowniczek

Archimedes

(ang.: *Archimedes*) – starożytny uczoney z Syrakuz (żył w latach około 287-212 p.n.e.), jeden z najwybitniejszych naukowców wszechczasów.

Moment siły

(ang.: *torque*) Moment siły \vec{M} to wielkość wektorowa zdefiniowana następująco:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F},$$

gdzie \vec{r} – wektor łączący oś obrotu ciała z punktem przyłożenia siły, \vec{F} – przyłożona siła.

Symulacja interaktywna

Jak działa dźwignia dwustronna?

Doświadczenie 1

Symulacja dźwigni dwustronnej. Symulacja ta przedstawia zasadę działania dźwigni dwustronnej.

Hipoteza

Suma momentów sił w zamkniętym układzie jest stała. Dla dźwigni dwustronnej iloczyn długości ramienia i siły działającej na obu ramionach jest równy

Instrukcja

Możesz zmieniać wartość siły \vec{F}_L (ciężaru ciała) oraz długości ramion dźwigni R_L i R_p . Uruchom symulację i zbadaj zasadę działania dźwigni. \vec{F}_L Uwaga: Praca z symulacją jest wygodniejsza po przełączeniu na widok pełnoekranowy.

Polecenie 1

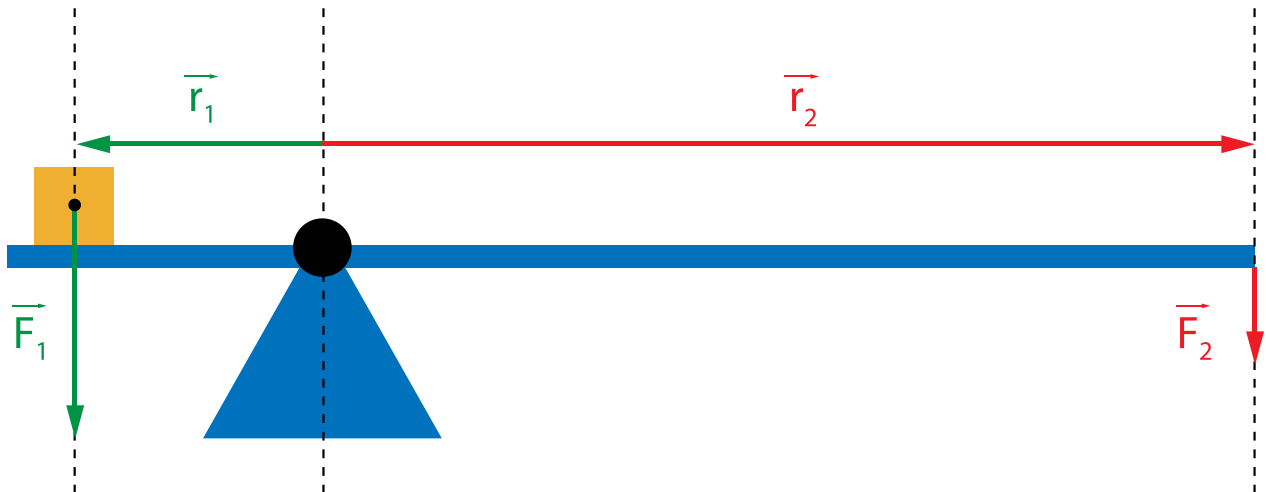
Przyjmijmy, że ramię lewe R_L jest dwa razy krótsze niż ramię prawe R_p . Jaka musi być w tej sytuacji wartość siły przyłożonej do długiego ramienia, aby unieść ciężar znajdujący się na końcu krótszego ramienia?

Uzupełnij

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Które z poniższych równań poprawnie opisuje warunek równowagi dźwigni dwustronnej, zaprezentowanej na rysunku?

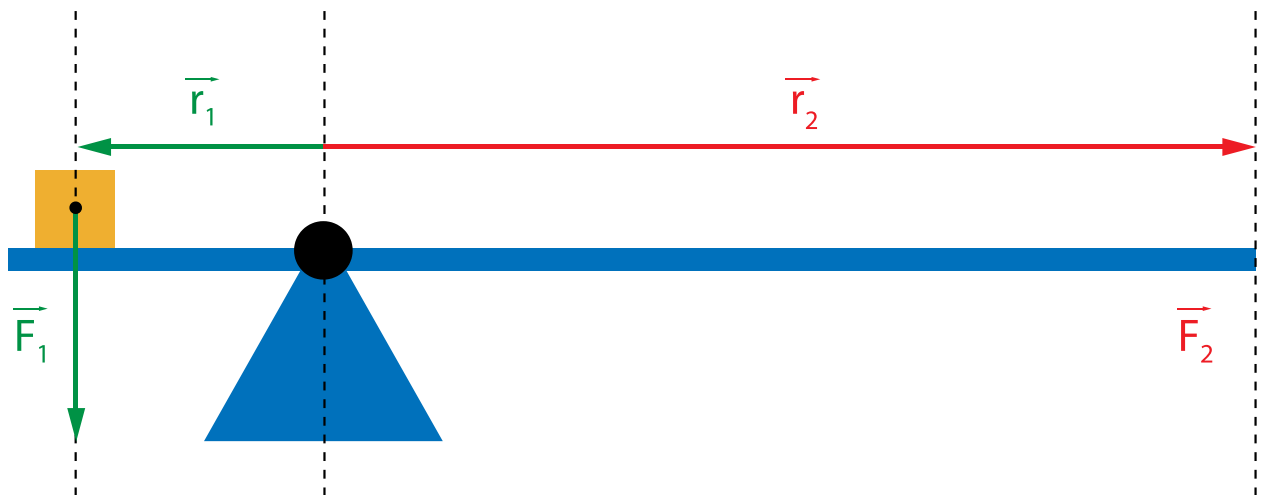
$F_2 = \frac{r_1}{F_1} r_2$

$F_2 = F_1 \frac{r_1}{r_2}$

$F_1 = F_2 \frac{r_1}{r_2}$

$F_2 = F_1 \frac{r_2}{r_1}$

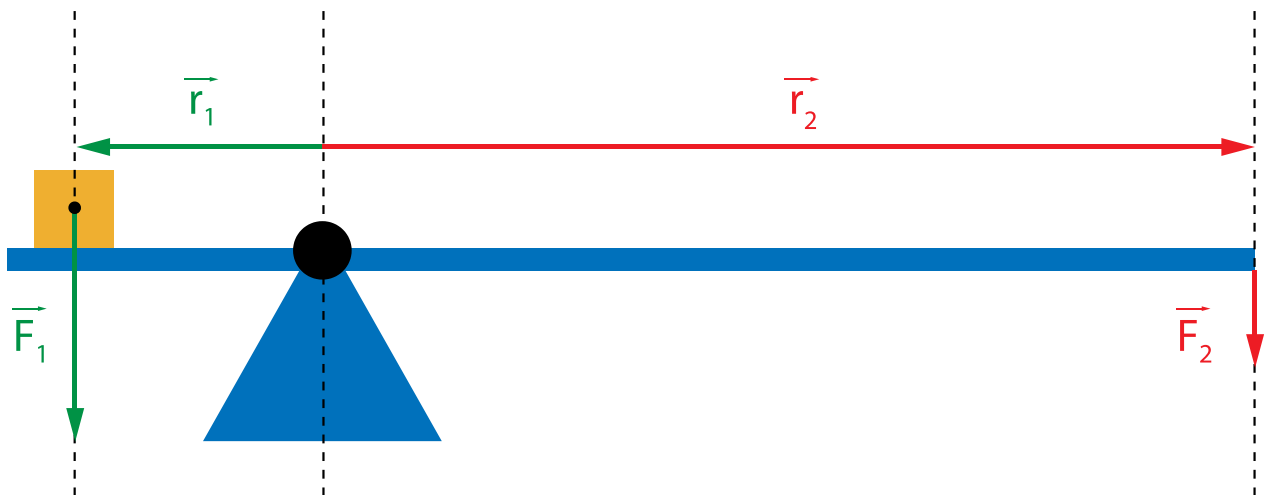
Ćwiczenie 2



Na rysunku powyżej zaprezentowano dźwignię dwustronną. Prawe ramię jest cztery razy dłuższe od lewego. Aby dźwignia była w równowadze, siła \vec{F}_2 powinna spełniać warunek:

- \vec{F}_2 powinna być cztery razy mniejsza co do wartości od \vec{F}_1 i tak samo skierowana
- \vec{F}_2 powinna być cztery razy mniejsza co do wartości od \vec{F}_1 i przeciwnie skierowana
- \vec{F}_2 powinna być cztery razy większa co do wartości od \vec{F}_1 i przeciwnie skierowana
- \vec{F}_2 powinna być równa co do wartości \vec{F}_1 i przeciwnie skierowana

Ćwiczenie 3



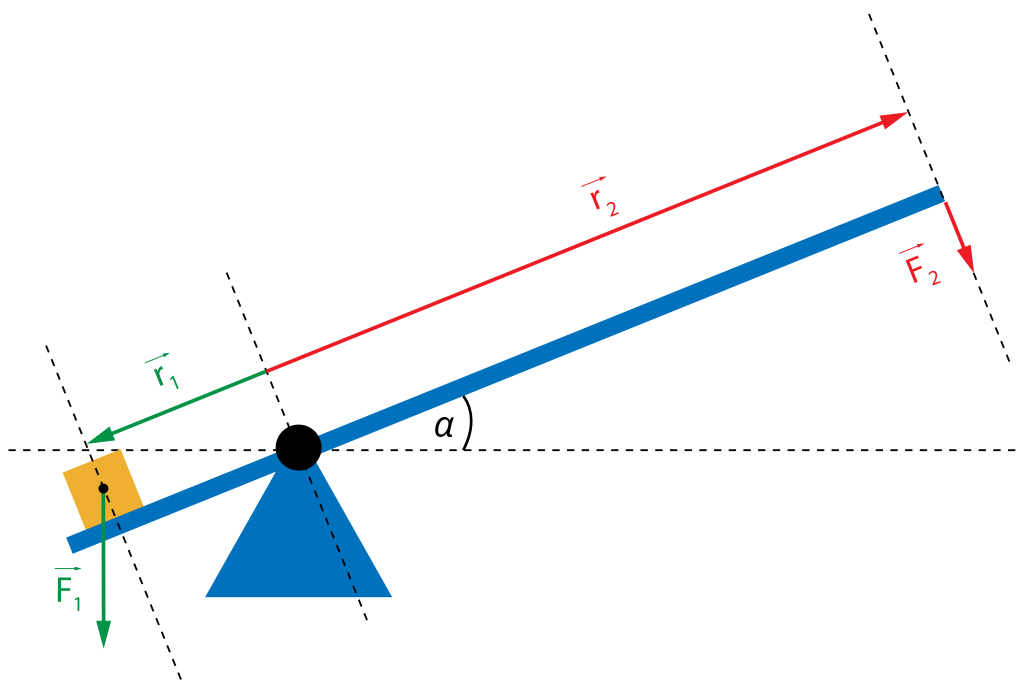
Na rysunku widać obciążnik o ciężarze $F_1 = 100$ N, spoczywający na końcu dźwigni o długości krótkiego ramienia $r_1 = 10$ cm, i długości długiego ramienia $r_2 = 40$ cm. Jaka jest wartość siły \vec{F}_2 ?

Odpowiedź: $F_2 =$ N.

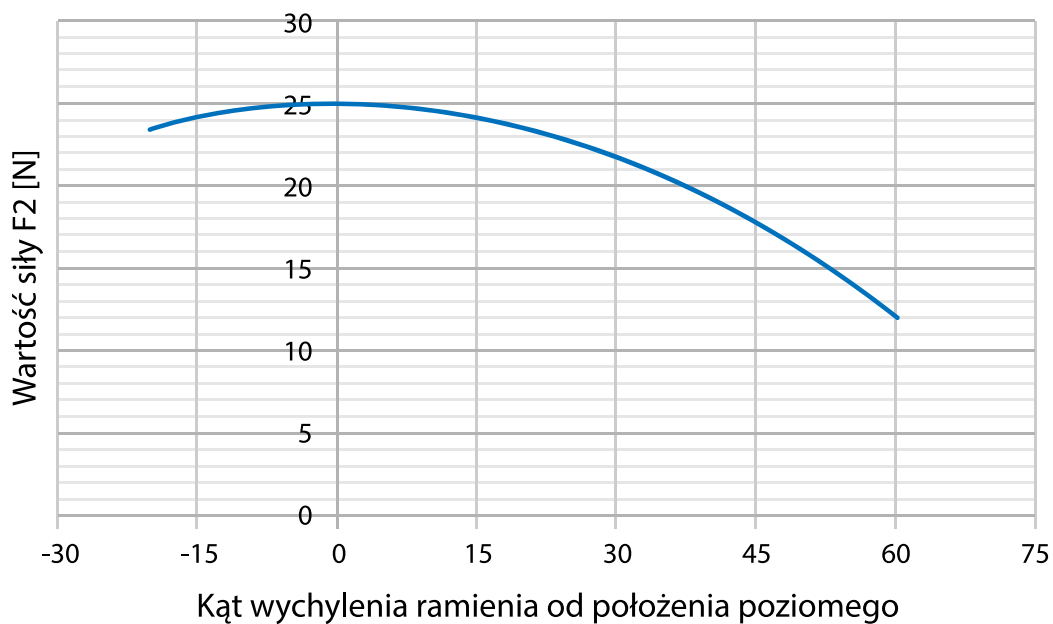
Ćwiczenie 4



Poniższy rysunek przedstawia dźwignię dwustronną odchyloną o kąt α z położenia poziomego.



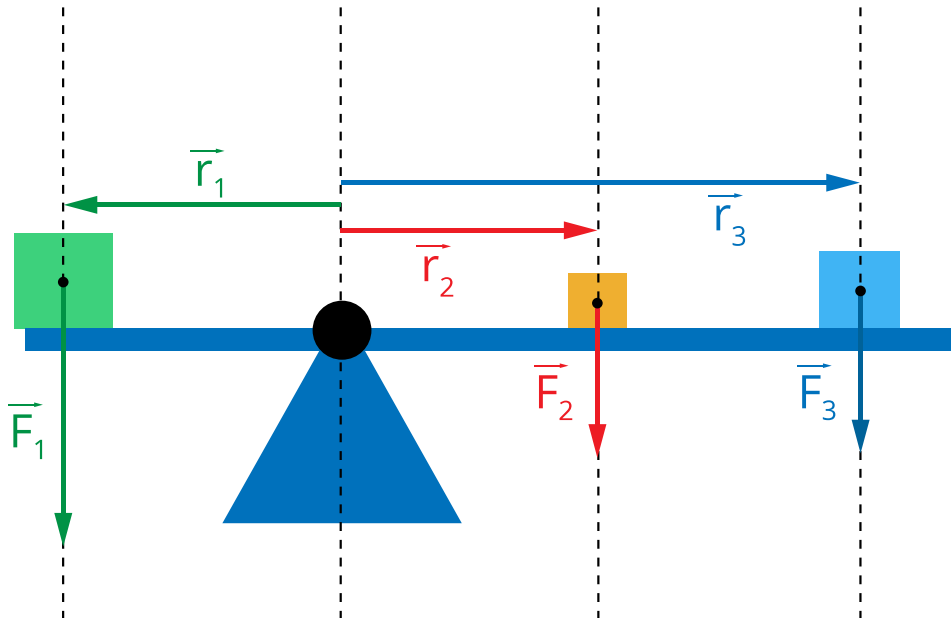
Wykres prezentuje wartość siły \vec{F}_2 , jaka musi być przyłożona na końcu ramienia, aby dźwignia pozostawała w równowadze.



Przy jakim kącie α siła potrzebna do utrzymania dźwigni w równowadze będzie o połowę mniejsza niż siła potrzebna do utrzymania równowagi przy położeniu poziomym? Odpowiedź podaj w stopniach.

Odpowiedź: $\alpha =$ °.

Ćwiczenie 5



Na dźwigni dwustronnej umieszczono trzy ciężary, jak na rysunku powyżej. Wartości sił wynoszą odpowiednio: $F_1 = 100$ N, $F_2 = 25$ N, $F_3 = 50$ N, a odległości: $r_1 = 20$ cm, $r_2 = 20$ cm, $r_3 = 40$ cm. Czy dźwignia ta jest w równowadze?

- Żadne z powyższych
- Nie, obróci się w prawą stronę
- Tak, pozostanie w spoczynku
- Nie, obróci się na lewą stronę

Ćwiczenie 6



Które z poniższych urządzeń działają korzystając z zasady dźwigni dwustronnej?

Ręczny wózek magazynowy

Łokieć - unoszenie ciężaru trzymanego w dłoni poprzez skurcz bicepsa

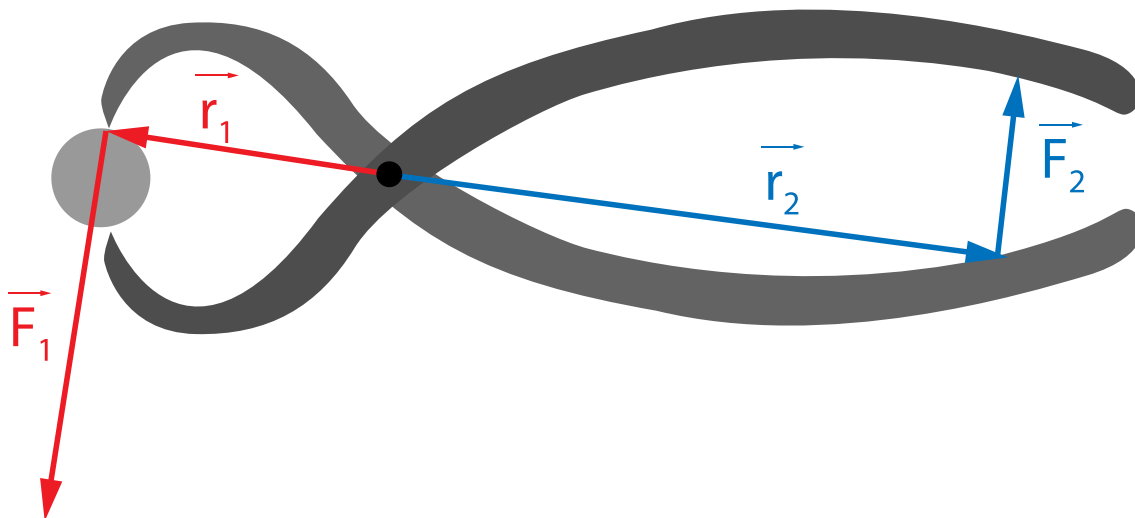
Drzwi umocowane na framudze

Huśtawka dwustronna

Ćwiczenie 7



Aby rozłupać łupinę orzecha można skorzystać z „dziadków do orzechów” o różnej konstrukcji, w tym o konstrukcji dźwigni dwustronnej, jak na poniższym obrazku.



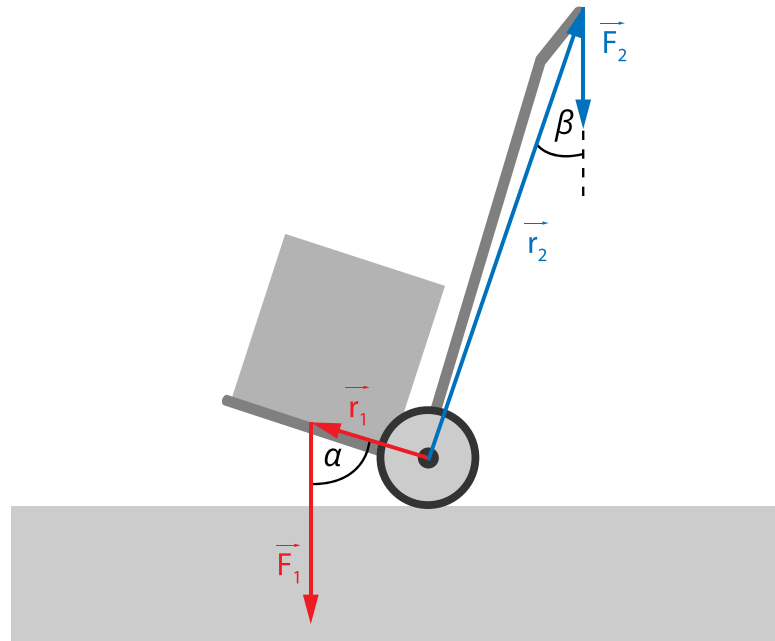
Ile razy zostaje zwielokrotniona wartość siły przykładanej dłonią do końca tego urządzenia, jeśli długość krótszego ramienia to 3 cm, a dłuższego 12 cm?

Odpowiedź:

Ćwiczenie 8



Na poniższym rysunku zaprezentowano rozkład sił, jakie są przyłożone do wózka do przewożenia ciężarów. Wyprowadź równanie opisujące równowagę tego wózka i zastanów się, czy łatwiej jest przewozić ciężar przy bardziej pionowym czy poziomym ustawieniu wózka?



Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Dariusz Aksamit
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Jak działa dźwignia dwustronna?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	<p>Cele kształcenia – wymagania ogólne</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p>III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników.</p> <p>Zakres rozszerzony</p> <p>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach;</p> <p>10) przeprowadza wybrane obserwacje, pomiary i doświadczenia korzystając z ich opisów; planuje i modyfikuje ich przebieg; formułuje hipotezę i prezentuje kroki niezbędne do jej weryfikacji.</p> <p>III. Mechaniki bryły sztywnej. Uczeń:</p> <p>3) stosuje warunki statyki bryły sztywnej; posługuje się pojęciem momentu sił wraz z jednostką.</p>
Kształtowane kompetencje kluczowe:	<p>Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</p> <ul style="list-style-type: none">• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,• kompetencje cyfrowe,• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. opisuje, czym jest dźwignia dwustronna. 2. podaje przykłady praktycznego zastosowania dźwigni dwustronnej. 3. konstruuje dźwignię dwustronną. 4. stosuje zależności matematyczne opisujące pracę dźwigni dwustronnej.
Strategie i metody nauczania:	eksperymentalno-obszernacyjna
Formy zajęć:	praca indywidualna
Środki dydaktyczne:	komputery z dostępem do Internetu, projektor multimedialny, waga kieszonkowa, linijka, plastelina
Materiały pomocnicze:	brak
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
<p>Nauczyciel prosi uczniów o włączenie na swoich komputerach symulacji z niniejszego e-materiału. Uczniowie mają chwilę na swobodną interakcję z multimediami, aby zrozumieć jego działanie i możliwości zmiany parametrów.</p>	
Faza realizacyjna:	
<p>Nauczyciel prosi uczniów o skonstruowanie modelu dźwigni dwustronnej za pomocą dostępnych przedmiotów (np. linijki i obciążnika z plasteliny). Nauczyciel umożliwia uczniom zważenie stosowanych w ich konstrukcji obciążników za pomocą wagi. Uczniowie dokonują pomiaru ramion dźwigni. Następnie uczniowie sprawdzają, czy wpisanie otrzymanych przez nich wyników do symulacji da te same rezultaty. Nauczyciel wyprowadza na tablicy równanie opisujące równowagę dźwigni dwustronnej i prosi uczniów o samodzielne policzenie, czy ich układ eksperymentalny spełnia ten warunek. Uczniowie pod kierunkiem nauczyciela dyskutują otrzymane rezultaty, ewentualnie wyjaśniają odstępstwa (nieokładność pomiaru, zbyt uproszczony model, ignorujący niektóre elementy konstrukcji etc.).</p>	
Faza podsumowująca:	
<p>Nauczyciel rozwiązuje na tablicy zadanie 8 z części „Sprawdź się”, wyjaśnia wątpliwości uczniów. Jeśli pozostał czas, uczniowie rozwiązują początkowe zadania z zestawu ćwiczeń.</p>	
Praca domowa:	

Zadania 1-7 z niniejszego e-materiału, jeśli nie były rozwiązywane przez uczniów w trakcie lekcji.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium:**

Symulacja może być wykorzystana przez uczniów przed lekcją w celu poznania zasady działania dźwigni dwustronnej.